



KJ-1357

B.Sc. (Part - III)
Term End Examination, 2020

MATHEMATICS

Optional

Paper - III (B)

Discrete Mathematics

Time : Three Hours]

[*Maximum Marks* : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any **two** parts from each question. All
questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) गणितीय आगमन द्वारा दर्शाइए कि

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

(2)

Show by Mathematical induction

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

(b) माना $V_N = \{S, B\}$, $V_T = \{a, b\}$,
 $P = \{S \rightarrow aBa, B \rightarrow aBa, B \rightarrow b\}$ तब $L(G)$
ज्ञात कीजिए।

Let $V_N = \{S, B\}$, $V_T = \{a, b\}$,
 $P = \{S \rightarrow aBa, B \rightarrow aBa, B \rightarrow b\}$. Then
find $L(G)$.

(c) A, 75% केस में सत्य बोलता है तथा B,
80% केस में सत्य बोलता है। तब एक ही
तथ्य को बोलने में कितने प्रतिशत केस में
दोनों एक दूसरे का विरोध करता है ?

A speaks the truth in 75% cases and B
speaks the truth in 80% of the cases. In
what percentage of cases are they likely
to contradict each other in stating the
same fact ?

इकाई / Unit-II

2. (a) यदि N घन पूर्णाकों का समुच्चय है तथा $N \times N$
पर एक संबंध R इस प्रकार परिभाषित किया

(3)

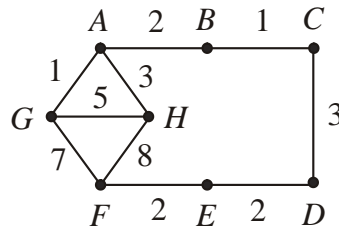
जाता है कि $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$;
 $a, b, c, d \in N$, तब सिद्ध कीजिए कि R एक
तुल्यता संबंध है :

If N be the set of positive integers and a
relation R on $N \times N$ is defined such that
 $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$; $a, b, c,$
 $d \in N$, then prove that R is an equivalence
relation.

- (b) सिद्ध कीजिए कि एक ग्राफ G में सभी शीर्षों
के घातों का योग G में कोरों की संख्या के
दुगुणे के बराबर होता है।

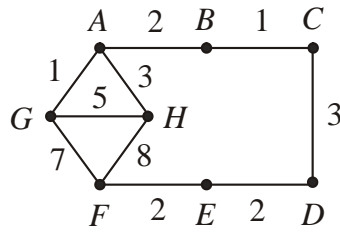
Prove that the sum of degrees of all the
vertices in a graph G is equal to twice the
number of edges in G .

- (c) निम्नलिखित ग्राफ के लिए व्यापार यात्री समस्या
हल कीजिए :



(4)

Solve the travelling salesman problem for the following graph :



इकाई / Unit-III

3. (a) निम्नलिखित परिमित अवस्था मशीन का उपयोग कर 101110 तथा 010011 के योग की गणना कीजिए :

अवस्था	इनपुट				आऊटपुट
	00	01	10	11	
$\Rightarrow S_0$	S_0	S_2	S_2	S_1	0
S_1	S_2	S_1	S_1	S_3	0
S_2	S_0	S_2	S_2	S_1	1
S_3	S_2	S_1	S_1	S_3	1

Compute the sum of 101110 and 010011 by using the following finite state machine :

(5)

State	Input				Output
	00	01	10	11	
$\Rightarrow S_0$	S_0	S_2	S_2	S_1	0
S_1	S_2	S_1	S_1	S_3	0
S_2	S_0	S_2	S_2	S_1	1
S_3	S_2	S_1	S_1	S_3	1

- (b) दर्शाइए कि भाषा $L = \{a^k b^k \mid k \geq 1\}$ एक परिमित अवस्था भाषा नहीं है।

Show that the language $L = \{a^k b^k \mid k \geq 1\}$ is not a finite state language.

- (c) $a^r = 3^r$, $r \geq 0$ के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए।

Find the generating function for the $a^r = 3^r$, $r \geq 0$.

इकाई / Unit-IV

4. (a) निम्नलिखित अन्तर समीकरण का समघात हल ज्ञात कीजिए :

$$a_r + 6a_{r-1} + 12a_{r-2} + 8a_{r-3} = 0$$

Find the homogeneous solution of the following difference equation :

$$a_r + 6a_{r-1} + 12a_{r-2} + 8a_{r-3} = 0$$

(6)

- (b) निम्नलिखित अन्तर समीकरण का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए :

$$a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2 - 2r + 1$$

Find the particular solution of the following difference equation :

$$a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2 - 2r + 1$$

- (c) किसी समूह G के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$(a^{-1})^{-1} = a \quad \forall a \in G$$

For a group G prove that

$$(a^{-1})^{-1} = a \quad \forall a \in G$$

इकाई / Unit-V

5. (a) माना (L, \leq) एक जालक है। प्रत्येक $a \in L$ के लिए सिद्ध कीजिए कि :

$$(i) a \vee a = a \text{ तथा } (ii) a \wedge a = a$$

Let (L, \leq) be a lattice. For every $a \in L$ prove that

$$(i) a \vee a = a \text{ and } (ii) a \wedge a = a$$

- (b) माना (L, \leq) एक बंटनीय जालक है। तब दर्शाइए कि

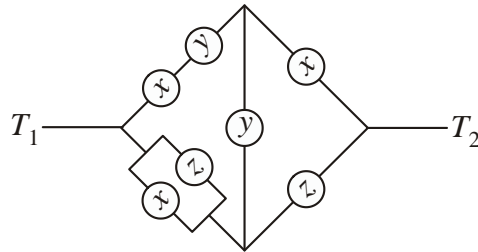
$$(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c) \quad \forall a, b, c \in L$$

(7)

Let (L, \leq) be a distributive lattice. Then show that

$$(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c) \quad \forall a, b, c \in L$$

(c) निम्नलिखित परिपथ का सरलीकरण कीजिए :



Simplify the following circuit :

